

Математическая грамотность школьников в контексте формирования и развития функциональной грамотности

Григораиш Т.В., учитель математики

*Детей надо учить тому,
что пригодится им, когда они вырастут.*

Аристипп

Цель среднего образования: заключается в обеспечении развития у учащихся способностей к познанию, творческому использованию полученных знаний в любой учебной и жизненной ситуации, готовности к саморазвитию и самоуправлению посредством развития ключевых и предметных компетенций.

Современная школа обеспечивает учащихся необходимым багажом, но не всегда формирует умения выходить за пределы привычных учебных ситуаций. Одним из основных отличительных особенностей реализации стандарта является практическая направленность знаний, накопление и использование жизненного опыта ученика, т.е. не «знания для знаний», а «знания для жизни». Требования стандарта таковы, что наряду с традиционным понятием «грамотность», появилось понятие «функциональная грамотность».

(Слайд2) Что же такое «функциональная грамотность»?

Функциональная грамотность – «способность человека решать стандартные жизненные задачи в различных сферах жизни и деятельности на основе прикладных знаний».

Функционально грамотная личность – это человек, ориентирующийся в мире и действующий в соответствии с общественными ценностями, ожиданиями и интересами.

Основные признаки функционально грамотной личности: это человек самостоятельный, познающий и умеющий жить среди людей, обладающий определёнными качествами, ключевыми компетенциями.

(Слайд3) **Определение**

«Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира. Она включает использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления. Она помогает людям понять роль математики в

мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые необходимы конструктивному, активному и размышляющему гражданину.»

Особое внимание к оценке математических рассуждений. Новая точка зрения на связь между математическими рассуждениями и решением поставленной проблемы. Для решения проблемы математически грамотный учащийся сначала должен увидеть математическую природу проблемы, представленной в контексте реального мира, и сформулировать ее на языке математики.

Это преобразование требует математических рассуждений и, возможно, является центральным компонентом того, что значит быть математически грамотным.

(Слайд4) Математическая грамотность включает в себя 4 содержательных области:

- ✓ Изменения и зависимости (алгебра)
- ✓ Пространство и форма (геометрия)
- ✓ Неопределенность и данные (ТВ и статистика)
- ✓ Количество (арифметика)

(Слайд5) Когнитивные процессы (составляющие интеллектуальной деятельности), которые описывают, что делает ученик, чтобы связать контекст, в котором представлена проблема, с математикой, необходимой для её решения

- ✓ формулировать ситуацию математически
- ✓ применять математические понятия, факты, процедуры
- ✓ интерпретировать, использовать и оценивать результаты
- ✓ рассуждать

Контекст, в котором представлена проблема:

- ✓ Личная жизнь – Мир человека
- ✓ Общественная жизнь – Мир социума
- ✓ Образование/профессиональная деятельность – Мир профессий
- ✓ Научная деятельность – Мир науки

(Слайд6) Кроме этого, в концепцию по математике были добавлены восемь навыков 21 века:

- ✓ Критическое мышление
- ✓ Креативность
- ✓ Исследование и изучение
- ✓ Саморегуляция, инициативность и настойчивость
- ✓ Использование информации
- ✓ Системное мышление
- ✓ Коммуникация

✓ Рефлексия

Рассмотрим эти категории

1. **Изменения и зависимости.** (Слайд7)

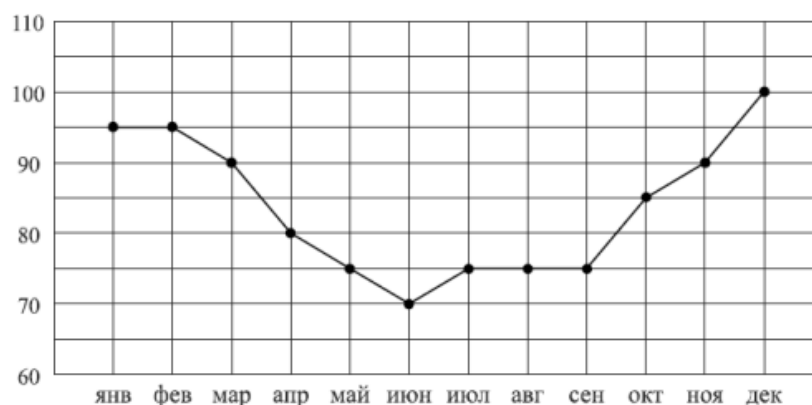
Математически это означает моделирование изменения с помощью соответствующих функций, уравнений, неравенств, а также разработку, интерпретацию и перевод между символьной, табличной и графической формами представления зависимостей

В для решения задач используется в основном алгебраический способ решения задач. Диаграммы и графики читаются и составляются.

В старшей школе добавляются элементы математического анализа и обучающиеся самостоятельно с помощью математических формул описывают и решают проблемы окружающего мира.

Пример. (Слайд 8-11)

1. Найдите периметр прямоугольного участка земли, площадь которого равна 800 м² и одна сторона в 2 раза больше другой. Ответ дайте в метрах.
2. Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?
3. 124. Виноград при сушке теряет 70 % своей массы. Сколько изюма (сушёного винограда) получится из 100 кг; 250 кг; 80 кг свежего винограда?
4. *Потребление электроэнергии* измеряется в киловатт-часах (КВт•ч). Жирными точками показано потребление электроэнергии в некоторой стране в течение 2016 года в миллиардах КВт•ч. Для наглядности точки соединены линиями. Данные округлены до 5 млрд КВт•ч. На диаграмме видно, что потребление электроэнергии в середине года существенно ниже, чем в начале и конце года. Чем это можно объяснить? Можно ли предположить, в каком полушарии находится эта страна - в Южном или Северном? Можно ли что-то сказать о том, суровые ли зимы в этой стране? Напишите два-три предположения, в которых кратко выскажите и обрните свое мнение по этим вопросам.



2. Пространство и форма. (Слайд 12)

Эта область охватывает широкое разнообразие явлений, которые окружают нас в видимом мире: расположение и ориентация, представление и свойства объектов. Геометрия служит главной основой, привлекая пространственное воображение, измерения и алгебру. Центральными являются формулы измерения геометрических величин. По мере усложнения материала - усложняется и тип задач. Они становятся ступенчатыми.

Пример. (Слайд 13-14)

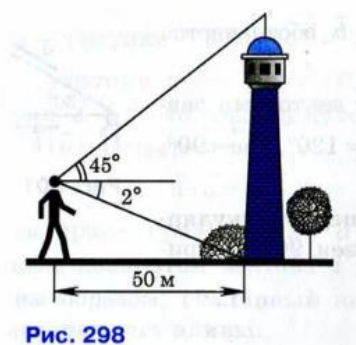


Рис. 298

1036 ■ Наблюдатель находится на расстоянии 50 м от башни, высоту которой хочет определить (рис. 298). Основание башни он видит под углом 2° к горизонту, а вершину — под углом 45° к горизонту. Какова высота башни?

Пример

Футбольный мяч находится в точке A футбольного поля на расстояниях 23 м и 24 м от оснований B и C стоек ворот (рис. 294). Футболист направляет мяч в ворота. Найдите угол α попадания мяча в ворота, если ширина ворот равна 7 м.

Решение

Рассмотрим треугольник ABC , вершинами которого являются точка A расположения мяча и точки B и C в основаниях стоек ворот. По условию задачи $c = AB = 23$ м, $b = AC = 24$ м и $a = BC = 7$ м. Эти данные позволяют решить треугольник ABC и найти угол α , равный углу A (см. задачу 3). С помощью теоремы косинусов определяем $\cos A$:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{24^2 + 23^2 - 7^2}{2 \cdot 24 \cdot 23}$$

Угол α находим по таблице: $\alpha \approx 16^\circ 57'$.

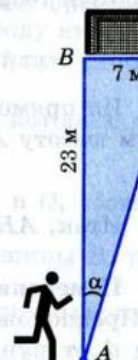


Рис. 294

3. Количество. (Слайд 15)

Понятие количества является самым распространенным и существенным аспектом при рассмотрении явлений и объектов, с которым приходится иметь дело в окружающем нас мире.

Математическая грамотность в области «Количество» включает применение знания чисел и операций с ними в разнообразных ситуациях, представленных в рамках всех категорий содержательной области.

Пример. (Слайд 16)

1. «Расставьте знаки и скобки»

Расставь скобки так, чтобы получилось верное равенство:

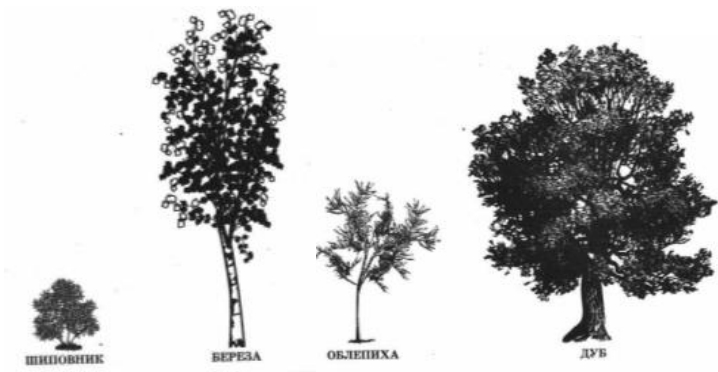
1) $5 \cdot 38 - 70 : 8 - 6 = 60;$

3) $30 - 49 : 42 : 6 \cdot 8 = 184;$

2) $630 : 7 : 2 \cdot 9 \cdot 25 = 125;$

4) $180 : 300 - 30 \cdot 9 + 199 = 205.$

2. На рисунке изображены куст шиповника и береза. Высота березы равна 8 м. Какова примерная высота куста шиповника? Ответ дайте в метрах.
3. На рисунке изображены облепиха и дуб. Высота облепихи равна 6 м. Какова примерная высота дуба. Ответ дайте в метрах.



4. На рисунке изображены клавиатура и карандаш. Длина карандаша, изображенного на рисунке, 20 см. Какова примерная длина клавиатуры? Ответ дайте в сантиметрах.



5. Менеджер одной компании по продаже газированных напитков заметил, что летом при повышении температуры на один градус продажа напитков увеличивается примерно на 200 литров в день и на столько же она уменьшается

на каждый градус понижения температуры. Сегодня он продал 4 600 литров напитка.

1. Сколько он может продать завтра, если а) температура повысится на 1°C ; б) станет жарче на 2°C ; в) температура упадет на 1°C ; г) температура не изменится?

2. При каком изменении температуры объем продаж напитка не будет превышать 3 000 литров?

3. На складе хранится 6 400 литров продукции. К какому наибольшему повышению температуры готова компания?

I этап. Построение математической модели.

Как видно из вопросов задачи, нам необходимо не только определить, сколько менеджер сможет продать завтра газированных напитков при четырех различных условиях (вопрос № 1), но и исследовать различные варианты продажи (вопросы № 2 и № 3). Для решения этой задачи составим общую формулу, которая бы учитывала количество проданного напитка в зависимости от колебания температуры.

Пусть y — количество литров напитка, которое может быть продано завтра. Будем считать, что завтра температура изменится на x градусов. Заметим, что если температура повышается, то x — величина положительная, а если понижается — то отрицательная. Тогда объем продаж изменится на $200x$ и составит: $y = 4\,600 + 200x$. Таким образом, для каждого вопроса задачи можно составить математическую модель:

1. «Найти величину y по формуле $y = 4\,600 + 200x$ при x равном а) 1; б) 2; в) -1 ; г) 0».

2. «Решить неравенство $4\,600 + 200x \leq 3\,000$ ».

3. «Решить уравнение $4\,600 + 200x = 6\,400$ ».

II этап. Исследование математической модели.

1. Подставляем в формулу $y = 4\,600 + 200x$ различные значения для x и находим y . Результаты удобно заносить в таблицу.

$x (^{\circ}\text{C})$	-1	0	$+1$	$+2$
$y (\text{л})$	4 400	4 600	4 800	5 000

а) $y = 4\,600 + 200 \times (+1) = 4\,800$,

б) $y = 4\,600 + 200 \times (+2) = 5\,000$,

в) $y = 4\,600 + 200 \times (-1) = 4\,400$,

г) $y = 4\,600 + 200 \times 0 = 4\,600$.

2. Решаем неравенство $4\,600 + 200x \leq 3\,000$. Получаем $200x \leq -1\,600$

или

$$x \leq -8.$$

3. Решаем уравнение $4\,600 + 200x = 6\,400$. После преобразований получаем

$$200x = 1\,800 \text{ или } x = 9.$$

III этап. Анализ (интерпретация) результатов.

1. Этот этап для этой задачи не вызывает затруднений. Если температура повысится на 1°C , то можно рассчитывать на продажу 4 800 литров напитка. Если температура повысится на 2°C , то продажи за следующий день могут достичь 5 000 литров. Понижение температуры на 1°C сулит сокращение продаж до 4 400 литров. Объемы продаж не изменятся, если завтра не изменится температура.

2. Так как x — это изменение температуры, то из полученного нами результата $x \leq -8$ можно сделать вывод, что объем продаж не превысит 3 000 литров при понижении (об этом говорит знак минус) температуры на 8°C и более.

3. Компания не будет испытывать недостатка в товаре, даже если температура завтра поднимется на 9°C . Однако, это наибольшее повышение температуры, к которому готова компания по складским запасам.

Следует обратить внимание в этой задаче на то, что правильно построенная математическая модель годится для подсчета завтрашних продаж газированного напитка при любом изменении температуры. И если возникнет необходимость прогнозировать возможные объемы продаж при повышении или понижении температуры, например, на 10°C или даже на 15°C (у погоды бывают свои капризы), то эта математическая модель вполне подойдет для таких подсчетов. Математическое моделирование позволило нам также исследовать некоторые варианты продаж при изменениях температуры, что может быть использовано при планировании, пополнении складских запасов и т.д.

4. Неопределенность и данные. (Слайд 17)

В науке, технологии и повседневной жизни неопределенность является непреложным фактом. Она характерна для многих проблемных ситуаций: научных прогнозов, результатов опросов, прогнозов погоды, экономических моделей. Анализ неопределенности включает: распознавание неопределенности, место вариации в процессе, понимание смысла и количественного выражения этой вариации, определение ошибки измерения, определение шансов наступления того или иного события.

Пример. (Слайд18-20)

1. Турист хочет посетить 4 музея в Санкт-Петербурге: Эрмитаж, Русский музей, Петропавловскую крепость и Исаакиевский собор. Экскурсионное бюро предлагает маршруты с посещением одного или нескольких объектов. Сведения о стоимости билетов и составе маршрутов представлены в таблице.

Какие маршруты должен выбрать путешественник, чтобы посетить все четыре музея и затратить на все билеты наименьшую сумму? В ответе укажите ровно один вариант номеров маршрутов без пробелов, запятых и других символов.

Номер маршрута	Музеи	Стоимость (руб.)
1	Исаакиевский собор	300
2	Петропавловская крепость, Исаакиевский собор	1550
3	Эрмитаж, Русский музей	1400
4	Петропавловская крепость, Русский музей	1500
5	Эрмитаж	300
6	Русский музей	400

2. В нескольких эстафетах, которые проводились в школе, команды показали следующие результаты:

Команда	I эстафета, мин.	II эстафета, мин.	III эстафета, мин.	IV эстафета, мин.
«Непобедимые»	3,0	5,6	2,8	6,8
«Прорыв»	4,6	4,6	2,6	6,5
«Чемпионы»	3,6	4,0	2,3	5,0
«Тайфун»	3,9	5,3	2,0	5,1

За каждую эстафету команда получает количество баллов, равное занятому в этой эстафете месту, затем баллы по всем эстафетам суммируются. Какое итоговое место заняла команда «Чемпионы», если победителем считается команда, набравшая наименьшее количество очков?

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Формирование МГ. Что делать? (Слайд 21)

- ✓ Помнить о системности формируемых математических знаний, о необходимости теоретической и практической предметной базы
- ✓ формировать готовность к взаимодействию с математической стороной окружающего мира - погружать в реальные ситуации (отдельные задания; цепочки заданий, объединенных ситуацией, проектные работы)
- ✓ формировать опыт поиска путей решения жизненных задач, учить математическому моделированию реальных ситуаций и переносить способы решения учебных задач на реальные

- ✓ развивать когнитивную сферу, учить познавать мир, решать задачи разными способами
- ✓ формировать коммуникативную, читательскую, информационную, социальную компетенции
- ✓ развивать регулятивную сферу и рефлексию: учить планировать деятельность, конструировать алгоритмы (вычисления, построения и пр.), контролировать процесс и результат, выполнять проверку на соответствие исходным данным и правдоподобие, коррекцию и оценку результата деятельности.

В связи с этим давайте все запомним одну математическую формулу, которая позволит сформировать у учащихся в процессе изучения математики и других дисциплин качества мышления, необходимые для полноценного функционирования человека в современном обществе.

«ОВЛАДЕНИЕ = УСВОЕНИЕ + ПРИМЕНЕНИЕ ЗНАНИЙ НА ПРАКТИКЕ»

Использованная литература:

1. Основные результаты международного исследования PISA – 2015 г. оценки учебных достижений учащихся 4-х и 8-х классов общеобразовательных школ РФ. Оценки качества образования ИСРО РАО.
2. ФГОС ООО (Приказ МОиН РФ от 17.12.2010 №1897, ред. От 31.12.2015)
3. Концепция развития математического образования в Российской Федерации (утв. распоряжением Правительства РФ от 24 декабря 2013 г. N 2506-р).
4. Степанов В.Д. Активизация внеурочной работы по математике в средней школе. М.: «Просвещение», 1991г.
5. Приёмы педагогической техники А.Гин, Луганск, Учебная книга, 2003 год.
6. Перминова Л.М. Минимальное поле функциональной грамотности (из опыта С.-Петербургской школы)//Педагогика. - 1999. - №2. - С.26-29.
7. Приёмы педагогической техники А.Гин, Луганск, Учебная книга, 2003 год.
8. Иванова Т. А., Симонова О. В. Структура математической грамотности школьников в контексте формирования их функциональной грамотности // Вестник . 2009. № 1(1).

Приложение.

Задачи

для

ЭКОНОМИСТОВ

Мы заработали определенную сумму денег и перед нами стоит задача в какой банк выгоднее вложить деньги.

Найдем в исследуемых банках рекламные проспекты с информацией о процентных ставках, которые предлагает банк населению.

Предположим, что мы рассматриваем следующие банки:

Банк 1 – простые из расчета 3% в месяц.

Банк 3 – сложные из расчета 30% в год.

В какой из этих банков выгоднее вложить 5000 рублей на 3 года?

Задачи

для

БИОЛОГОВ

1 Известно, что пара серых гусей за один сезон приносят 8 птенцов. Условно считая, что все потомки и сами родители выживают и на следующий год образуют пары, а соотношение полов в потомстве всегда 1:1, рассчитайте численность птиц по поколениям за 5 сезонов и общее число птиц после 5-ого сезона. Ответ: 2, 10, 50, 250, 1250, 6250 гусей.

2. Одно растение одуванчика занимает на земле площадь 1 кв. метр и даёт в год около 100 летучих семян.

а) Сколько кв. км площади покроет всё потомство одной особи одуванчика через 10 лет при условии, если он размножается беспрепятственно по геометрической прогрессии?

Ответ: 1012 км²

б) Хватит ли этим растениям на 11-й год места на поверхности суши земного шара?

Ответ: нет, $S_{\text{суши}} = 148$ млн. км²

Задачи

для

МЕДИКОВ

1. Курс воздушных ванн начинают с 15 минут в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 10 минут. Сколько дней следует принимать воздушные ванны в указанном режиме, чтобы достичь их максимальной продолжительности 1ч 45 мин?

2. Человек, заболевший гриппом, может заразить четырех человек. Через сколько дней заболеет все население посёлка в количестве 341 человека?

3. Больной принимает лекарство по следующей схеме: в первый день он принимает 5 капель, а в каждый следующий день — на 5 капель больше, чем в предыдущий. Приняв 40 капель, он 3 дня пьет по 40 капель лекарства, а потом ежедневно уменьшает прием на 5 капель, доведя его до 5 капель. Сколько пузырьков лекарства нужно купить больному, если в каждом содержится 20 мл лекарства (что составляет 250 капель)?